

2021 年 欣榮圖書館數學比賽 國小組 參考解答

1. (10 分) 請將 $\frac{4}{7}$ 、 $\frac{5}{8}$ 、 $\frac{10}{17}$ 、 $\frac{13}{22}$ 、 $\frac{17}{29}$ 這些分數由小到大排列出來。

答： $\frac{4}{7} < \frac{17}{29} < \frac{10}{17} < \frac{13}{22} < \frac{5}{8}$ 。

明顯有 $\frac{4}{7} < \frac{5}{8}$ 。所以得：

$$\begin{aligned}\frac{4}{7} &< \frac{4 \times 2 + 5}{7 \times 2 + 8} = \frac{13}{22} < \frac{5}{8}; \\ \frac{4}{7} &< \frac{4 + 13}{7 + 22} = \frac{17}{29} < \frac{13}{22}; \\ \frac{17}{29} &< \frac{13 + 17}{22 + 29} = \frac{30}{51} = \frac{10}{17} < \frac{13}{22}.\end{aligned}$$

排好之後即得答案。

2. (15 分) 教室角落中有若干位同學，每個人手中平均有 25 張花片。小明拿了 11 張花片加入他們後，變成每個人平均只有 23 張花片。請問包括小明，這群同學共有多少張花片？

答：161 張。

為了讓小明的花片數達到平均 23，其他人總共要給他 12 張花片。這會使得平均下降 2 張，故原本角落中有 $\frac{12}{2} = 6$ 位同學。所以這群同學的花片總數為

$$25 \times 6 + 11 = 23 \times (6 + 1) = 161.$$

3. (15 分) 某人將 10 到 99 的所有兩位數整數全部加起來，得到之和為甲數。他再將每個數反過來寫，例如 36 寫成 63、10 寫成 01 (其值為 1)，然後把結果加起來得到乙數。即

$$\text{甲} = 10 + 11 + 12 + \cdots + 98 + 99;$$

$$\text{乙} = 01 + 11 + 21 + \cdots + 89 + 99.$$

試求甲、乙兩數之差。

答：405。

只要檢查兩個和中，有哪些數是一邊有而另一邊沒有的，把它們加起來取差就好；兩邊都有的數，不會造成差額。甲有而乙沒有的數有：

$$10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.$$

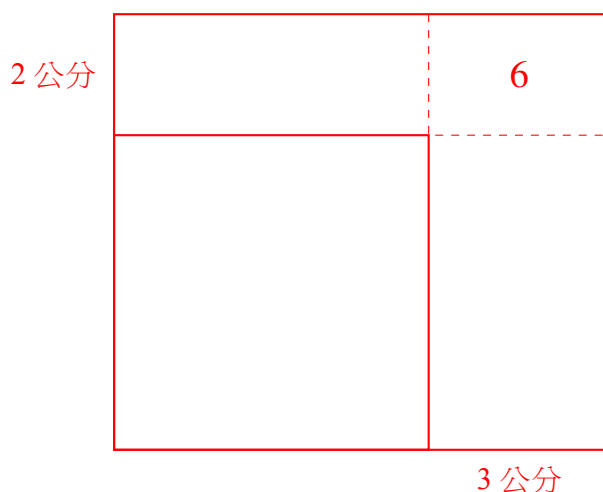
乙有而甲沒有的數有：

$$01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09.$$

所以甲、乙兩數之差等於

$$(10 + 20 + \cdots + 90) - (1 + 2 + \cdots + 9) = 450 - 45 = 405.$$

4. (15 分) 如圖，將一個正方形的長增加 3 公分、寬增加 2 公分，得到的矩形面積比原來的正方形面積大了 33.5 平方公分。請問原來的正方形的邊長為多少公分？



答：5.5 公分。

如圖，扣掉右上角的 6 平方公分矩形後，剩下的增加部分可以疊成一個寬 5 公分，面積 27.5 平方公分的矩形。這個矩形的長 $\frac{27.5}{5} = 5.5$ 公分，就是原本正方形的邊長。

5. (15 分) 圖書館的閱覽室的位置一開始就被佔滿了，每張椅子上都坐了一個人。一個小時之後七分之一的人離開了，但同時又進來了 31 個人。由於位置不夠，所以其中必須有 12 個人需要兩人合坐一張椅子。請問閱覽室內一共有多少張椅子？

答：175 張。

新進來的 31 人中，有 12 個人需要兩人合坐一張椅子，他們用了 $\frac{12}{2} = 6$ 張椅子；其餘的 19 人一人用一張椅子，所以這些人用 $19 + 6 = 25$ 張椅子，恰為總數的 $\frac{1}{7}$ 。故全部有 $25 \times 7 = 175$ 張椅子。

6. (15 分) 一輛汽車開了 20 分鐘，前面的 10 分鐘以全速行駛、後面的 10 分鐘以半速行駛，結果總共開了 28 公里。請問這輛汽車全速為每小時多少公里？

答：112 公里。

後面 10 分鐘半速所開的距離，等於以全速開 5 分鐘的距離。所以 28 公里相當於全速開 15 分鐘、即 $1/4$ 小時的距離。故全速每小時可開 $28 \times 4 = 112$ 公里。

7. (15 分) 某個長方體的表面有 6 個矩形，但只有 2 種不同的面積：16 平方公分、36 平方公分。請問此長方體的體積，可能為多少立方公分？(有 2 種答案)

答：96 立方公分、144 立方公分。

滿足題意的長方體，其長、寬、高恰有兩者相等，故 16、36 平方公分其中之一為正方形的面積。

若 16 平方公分是正方形的面積，則其邊長為 4 公分，最後一條邊長為 $36/4 = 9$ 公分，其體積為 $4 \times 4 \times 9 = 144$ 立方公分。

若 36 平方公分是正方形的面積，則其邊長為 6 公分，最後一條邊長為 $16/6 = 8/3$ 公分，其體積為 $6 \times 6 \times 8/3 = 96$ 立方公分。