

2020 年 欣榮圖書館數學比賽 國小組 參考解答

注意事項. 本試題共 7 題，每題配分標於題目中，滿分 100 分。

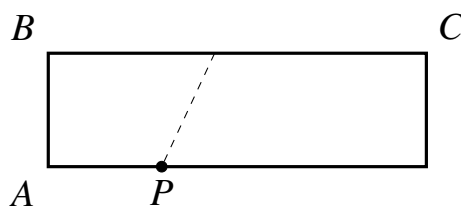
1. (10 分) 小智有邊長各為 18、14、10、5 公分的正方形磁磚各一塊，他想再拿一些邊長為 1 公分的小磁磚若干塊，與上述這四塊磁磚一起拼出一個更大的正方形，請問他最少需要幾塊小磁磚？

解. 379 塊。

必須將 18 公分與 14 公分的兩塊接在一起，成為邊長 32 公分的正方形。另外兩塊可以塞在其他地方，例如另外兩個角落。所以，需要如下數目的 1 平方公分的小磁磚塊：

$$32^2 - 18^2 - 14^2 - 10^2 - 5^2 = 379 \text{ (平方公分, 塊).}$$

2. (10 分) 有一個長 10 公分、不知寬度的長方形如下圖，其中 P 點與最近的頂點 A 距離 3 公分。現在想要過 P 點畫一條直線將此長方形分成兩塊，使得兩塊區域的面積比為 2:3，並且左邊比右邊小。請問所畫的直線要通過 BC 邊上的哪一個點？(下圖為示意圖；答案請指明距離 B 點多少公分)



解. 距離 B 點 5 公分處，即該邊的中點。

設交點距離 B 點 x 公分。左邊區域的面積是全部的 40%。 AP 長占該邊的 30%。利用梯形面積公式：

$$\frac{1}{2}\left(0.3 + \frac{x}{10}\right) = 0.4 \quad \Rightarrow \quad x = 5$$

也就是交點必須是 BC 邊的中點，也就是該邊上距離 B 點 5 公分之處。

3. (15 分) 六人依 甲-乙-丙-丁-戊-己 的順序前後排成一列，甲排在最前面，己排在最後面。每個人只能看到前面的人。比較身高之後有以下的對話：

乙說：「我前面沒有人比我高。」

丙說：「我前面有 2 個人比我高。」

丁說：「我前面沒有人比我高。」

戊說：「我前面有 3 個人比我高。」

己說：「我前面有 1 個人比我高。」

如果他們說的都是真話，且六人的身高皆不一樣，請將他們由高到矮的順序排出來。

解. 由高到矮的順序為 丁-己-乙-甲-戊-丙。

由後往前推理即得。

4. (15 分) 一個大袋中裝有紅、黃、藍等三種顏色的球若干顆，其中紅球占五分之 n (n 為正整數)、黃球占四分之一，而藍球有 119 顆。請問袋中共有多少顆球？

解. 340 顆。

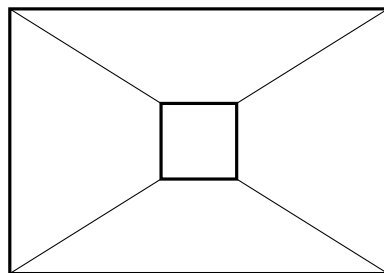
藍球所占比例為

$$1 - \frac{n}{5} - \frac{1}{4} = \frac{15 - 4n}{20}.$$

也就是說， $15 - 4n$ 必須是 $119 = 7 \times 17$ 的因數，所以 $15 - 4n = 7$, $n = 2$ 。故總球數為

$$119 \div \frac{7}{20} = 340.$$

5. (15 分) 在一個長方形中間放入一個邊長為 1 公分的正方形，並將長方形的頂點與正方形的頂點兩兩連接起來，如下圖所示。如果上下兩個梯形的面積各為 18 平方公分，而左右兩個梯形的面積各為 20 平方公分，請問這個長方形的周長是多少公分？(下圖為示意圖)



解. 36 公分。

長方形面積為 $1 + 18 \times 2 + 20 \times 2 = 77$ 平方公分。由梯形面積公式可列式為

$$\frac{1}{2}(\text{長} + 1)(\text{寬} - 1) = 18 \times 2 = 36, \quad \frac{1}{2}(\text{長} - 1)(\text{寬} + 1) = 20 \times 2 = 40.$$

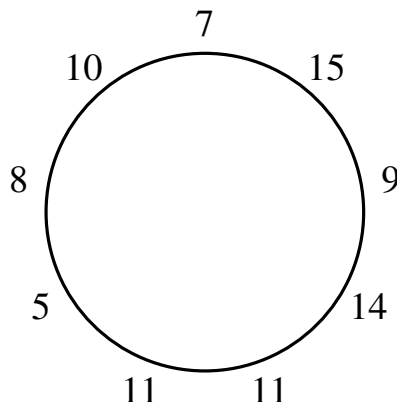
可知長比寬多 4 公分。因為 $\text{長} \times \text{寬} = 77$ ，所以長為 11 公分，寬為 7 公分。故長方形的周長為 $(11 + 7) \times 2 = 36$ 公分。

6. (15 分) 因為急性傳染病的蔓延，鎮上開始限制每人每天限購一包共 3 枚口罩。王先生每次出門買口罩時都會戴著一枚口罩，但口罩還不一定買得到：如果他買到 3 枚口罩的話，他當天就會增加 2 枚口罩 (買到的 3 枚，扣掉現在用的 1 枚)；但如果他買不到的話，他當天則會少 1 枚口罩。10 天來王先生每天都出門買口罩，結算下來他擁有的口罩數比一開始還多了 11 枚。請問這 10 天中，他有幾天買到口罩？

解. 7 天。

如果王先生 10 天都沒買到口罩的話，他應該會少 10 枚口罩。可是他現在多了 11 枚口罩，所以來回差了 21 枚口罩。任一天有買到和沒買到的差別是 3 枚口罩，所以他有 $\frac{21}{3} = 7$ 天有買到口罩。

7. 九個人圍坐一張圓桌。每個人在心裡想一個整數，然後把這個整數告訴坐在他左右兩邊的鄰居。於是每個人都會聽到兩個數字，把這兩個數字的和報出來，結果如下圖所示：



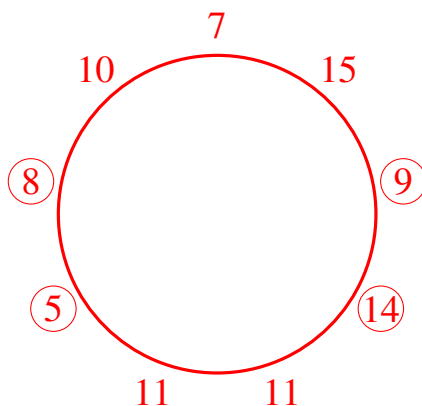
- (1) (5 分) 這九個人心裡想的數字的總和是多少？
(2) (15 分) 報 7 的人，心裡想的數字是多少？

解. (1) 45; (2) 9。

- (1) 所有報讀的數字總和，是每個人所想的數字的總和的 2 倍。因此，所求總和為

$$\frac{7 + 15 + 9 + 14 + 11 + 11 + 5 + 8 + 10}{2} = \frac{90}{2} = 45.$$

- (2) 畫圈的四個數字加起來，是除了報 7 那個人之外其他人所想的數字的總和：



故所求數字為 $45 - (8 + 5 + 14 + 9) = 9$ 。